

## 26. Įtampų ir srovių rezonanso reiškinių tyrimas

### Užduotys.

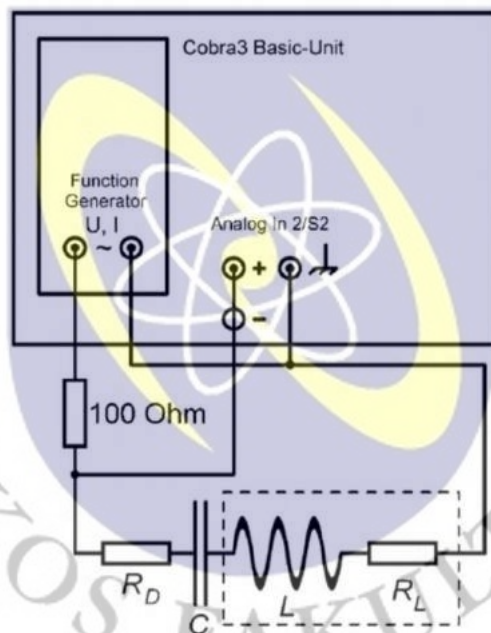
1. Nustatyti nuosekliai ir lygiagrečiai sujungtų elektros grandinių kompleksinės varžos priklausomybę nuo dažnio (matavimai atliekami su skirtingos varžos rezistoriais bei skirtingos talpos kondensatoriais).
2. Iš gautų priklausomybių nustatyti elektros grandinių kokybės faktorių ir dažnių juostos plotį.
3. Nustatyti fazės poslinkio tarp srovės stiprio ir įtampos priklausomybę nuo dažnio nuosekliai sujungtoje elektros grandinėje.

### Teoriniai klausimai.

1. Nuoseklusis ir lygiagretusis elektros grandinių jungimas.
2. Aktyvieji ir reaktyvieji elektros grandinių elementai. Kompleksinė varža. Fazių poslinkis.
3. Kirchhoffo taisyklių taikymas kintamosios srovės grandinėms.
4. Elektros grandinės kokybės faktorius ir dažnių juostos plotis.
5. Slopinamieji svyravimai.

### Teorinis įvadas.

#### 1. Nuosekliai sujungta RLC grandinė



1a pav. Nuosekliai sujungtos RLC grandinės schema

Induktyvumo  $L$  ir ominės varžos  $R_L$  ritė, talpos  $C$  kondensatorius ir  $R_D$  ominės varžos rezistorius sujungti nuosekliai su kintamosios įtampos šaltiniu. Šaltinio gnybtų įtampa kinta pagal harmoninį dėsnį kampiniu dažniu  $\omega=2\pi f$ .

$$U(t) = U_0 e^{i\omega t}; \quad (1)$$

Sudėjus atskirų grandinės elementų omines varžas gaunama bendra visos grandinės ominė varža.  $R_{\text{tot}}=R_L+R_D$ . Ritės induktyvumas  $L$  ir ominė varža  $R_L$  yra nuoseklūs vienas kito atžvilgiu, nes rite tekanti srovė yra veikiamą ritės ominės varžos. Pagal Lenco taisyklę  $U_L=-Ldi/dt$ . Čia įtampos, krentančios ant ritės, poliškumas turi būti laikomas teigiamu, nes priešingu atveju indukuotoji elektrovara ritėje yra tokios krypties, kad teigiamas ritės polius yra toje vietoje, kur ji yra prijungta prie teigiamo elektros srovės šaltinio gnybto.

Pagal II Kirchhofo taisyklę:

$$U(t) = I(t) \cdot R + L \frac{dI(t)}{dt} + \frac{1}{C} q(t), \quad (2)$$

kur  $I(t)$ -grandinėje tekančios srovės stipris kaip funkcija nuo laiko,  $q(t)$ -kondensatoriuje susikaupęs krūvis kaip funkcija nuo laiko.

Kadangi  $I(t) = \frac{dq(t)}{dt}$ , išdiferencijavę (2) lygtį pagal laiką, turime, kad:

$$\frac{dU(t)}{dt} = \frac{1}{C} I(t) + R \frac{dI(t)}{dt} + L \frac{d^2 I(t)}{dt^2}. \quad (3)$$

Kadangi  $\frac{dU(t)}{dt} = i\omega U_0 e^{i\omega t}$ , o srovės stiprį  $I$  bei jo pirmąją ir antrąją išvestines pagal laiką galima užrašyti tokiu pavidalu:

$$I(t) = I_0 e^{i(\omega t - \varphi)} = e^{-i\varphi} I_0 e^{i\omega t}, \quad (4)$$

$$\frac{dI(t)}{dt} = i\omega e^{-i\varphi} I_0 e^{i\omega t}, \quad (5)$$

$$\frac{d^2 I(t)}{dt^2} = -\omega^2 e^{-i\varphi} I_0 e^{i\omega t}, \quad (6)$$

be to, impedansas  $Z = \frac{U(t)}{I(t)}$  ir viską įsistatę į (3) lygtį turime, kad:

$$i\omega Z = \frac{1}{C} + i\omega R - \omega^2 L \text{ ir } Z = \frac{1}{i\omega C} + R + i\omega L. \quad (7)$$

Tada impedanso modulis

$$|Z| = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}, \quad (8)$$

kur  $\varphi$  – fazių skirtumas tarp srovės stiprio ir įtampos signalų.

Taigi, žemiems dažniams grandinės impedansas tampa artimas begalybei – kondensatorius nepraleidžia nuolatinės srovės, tad žemų dažnių srityje kondensatorius daro didžiausią poveikį grandinės veikimui. Tuo tarpu esant aukštiesiems dažniams grandinėje vyrauja ritės poveikis – ji nepraleidžia aukšto dažnio signalų.

Impedansas yra mažiausias esant tokiam dažniui  $\omega_0$ , kai  $\omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C}$ .

Tuomet,

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}. \quad (9)$$

Tokiu atveju grandinėje lieka tik ominė varža. Dažnis  $\omega_0$  vadinamas kontūro rezonansiniu dažniu. Galima padaryti išvadą, kad nuosekliai sujungta RLC grandinė yra filtras, praleidžiantis tik tam tikrą dažnių diapazoną, bei kurio impedansas mažas tik tada, kai dažniai artimi jo rezonansiniam dažniui  $\omega_0$ . Fazių skirtumas  $\varphi$  tarp srovės stiprio ir įtampos signalų gali būti nustatytas iš impedanso kompleksinės formos. Realioji išraiškos dalis  $ReZ = |Z| \cos\varphi = R$ , o menamoji –

$ImZ = |Z| \sin\varphi = \omega L - \frac{1}{\omega C}$ . Tuomet fazių skirtumo tangentas:

$$\tan(\varphi) = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}. \quad (10)$$

Žemiems dažniams šis narys yra neigiamas. Tai reiškia, kad žemiems dažniams srovės stipris lenkia įtampą, o aukštiems – atvirkščiai.

Elektros grandinės kokybės faktorius apibrėžia grandinės dažnių juostos plotį, t.y. dažnių intervalą  $\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1$  apribotą dviejų dažnių  $\omega_1$  ir  $\omega_2$ , kuriuose grandine tekančios srovės amplitudė yra  $\sqrt{2}$  mažesnė už amplitudę ties rezonansiniu dažniu, t.y.

$$I_0(\omega_1) = I_0(\omega_2) = \frac{I_0(\omega_0)}{\sqrt{2}}. \quad (11)$$

Pagal apibrėžimą grandinės kokybės faktorius yra rezonansinio dažnio ir dažnių juostos pločio santykis:

$$Q_s = \frac{\omega_0}{\Delta\omega} = \frac{f_0}{\Delta f}. \quad (12)$$

Ties dažniais  $\omega_1$  ir  $\omega_2$  grandinės impedansas:

$$Z(\omega_{1,2}) = \sqrt{2}R. \quad (13)$$

Iš (13) ir (8) lygčių tampa akivaizdu, kad  $\frac{\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}{R^2} = 1$ . Iš čia gaunamos dvi kvadratinės lygtys dažniams  $\omega_1$  ir  $\omega_2$  rasti:

$$1) \omega L - \frac{1}{\omega C} = R \rightarrow \omega^2 LC - \omega RC - 1 = 0;$$

$$2) \omega L - \frac{1}{\omega C} = -R \rightarrow \omega^2 LC + \omega RC - 1 = 0.$$

Iš šių lygčių gaunami keturi sprendiniai:

$$\omega_{11} = \frac{R}{2L} + \sqrt{\frac{R^2}{4L^2} + 1};$$

$$\omega_{12} = \frac{R}{2L} - \sqrt{\frac{R^2}{4L^2} + 1};$$

$$\omega_{21} = -\frac{R}{2L} + \sqrt{\frac{R^2}{4L^2} + 1};$$

$$\omega_{22} = -\frac{R}{2L} - \sqrt{\frac{R^2}{4L^2} + 1}.$$

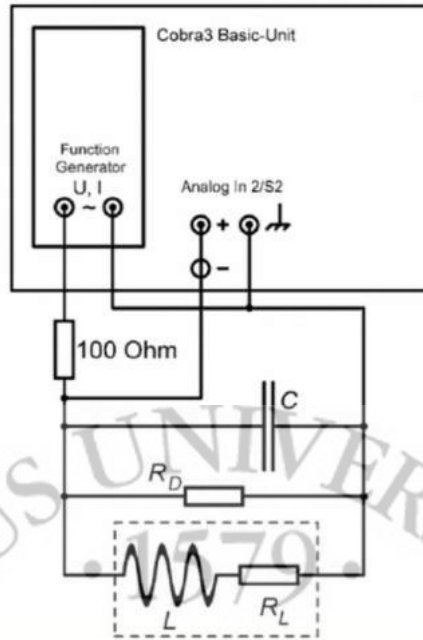
Remiantis fizikine logika, pasiliekami tik teigiami sprendiniai, t.y.  $\omega_{11}$  ir  $\omega_{21}$ . Tuomet, remiantis (9), (12) formulėmis bei  $\omega_1$  ir  $\omega_2$  išraiškomis, nuosekliai sujungtai RLC grandinei kokybės faktorius  $Q_s$  yra išreiškiamas taip:

$$Q_s = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}. \quad (14)$$

Verta pastebėti, kad tokiai konfiguracijai rezonansinis dažnis yra geometrinis dažnių  $\omega_1$  ir  $\omega_2$  vidurkis:

$$\omega_0 = \sqrt{\omega_1 \omega_2} = \frac{1}{\sqrt{LC}}. \quad (15)$$

## 2. Lygiagrečiai sujungta RLC grandinė



1b pav. Lygiagrečiai sujungtos RLC grandinės schema

Skaičiavimai lygiagrečiai sujungtai grandinei yra sudėtingesni, nes šiuo atveju ominės varžos yra ir nuosekliai, ir lygiagrečiai induktyvumui. Skaičiavimai panašūs, kaip ir tiriant nuosekliai sujungtą elektros grandinę, tik šiuo atveju taikomos abi Kirchhofo taisyklės. Rezonansinis dažnis, kaip ir nuosekliojo jungimo atveju išreiškiamas (9) formule. Akivaizdu, kad šiuo atveju, esant rezonansiniam dažniui, grandinės impedansas yra maksimalus. Žemesniuose dažniuose ritė veikia, kaip trumpiklis ir esant nuliniam dažniui impedanso kreivė prasideda vertė, lygia ritės ominei varžai, jei neprijungtas joks papildomas rezistorius  $R_D$ . Aukštiems dažniams jau kondensatorius veikia kaip trumpiklis ir impedansas artėja į nulį, kai dažnis artėja į begalybę.

Esant mažoms ritės ominėms varžoms  $R_L$ , grandinės kokybės faktorius išreiškiamas taip:

$$Q_p = R_D \sqrt{\frac{C}{L}}. \quad (16)$$

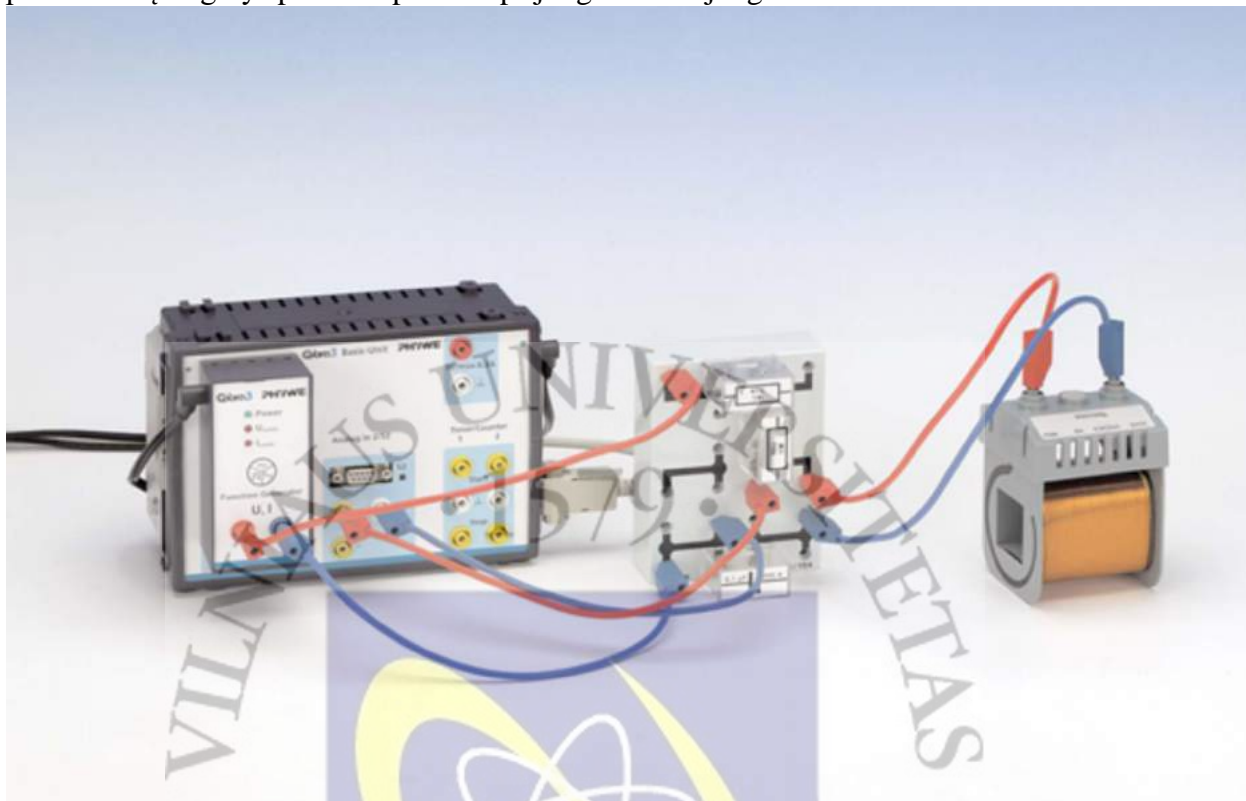
Be to, lygiagretaus jungimo atveju atveju:

$$Z(\omega_{1,2}) = \frac{1}{\sqrt{2}} Z(\omega_0). \quad (17)$$

Šiuo atveju, kontūro rezonansinis dažnis, taip pat, kaip ir nuosekliojo jungimo atveju, yra lygus dažnių  $\omega_1$  ir  $\omega_2$  geometriniam vidurkiui ((15) formulė).

## Pasiruošimas laboratoriniam darbui ir darbo eiga.

Darbo priemonės ir jų jungimas yra parodyti 2, 1a ir 1b paveiksluose. Cobra3 duomenų perdavimo įrenginys prie kompiuterio prijungtas USB jungtimi.



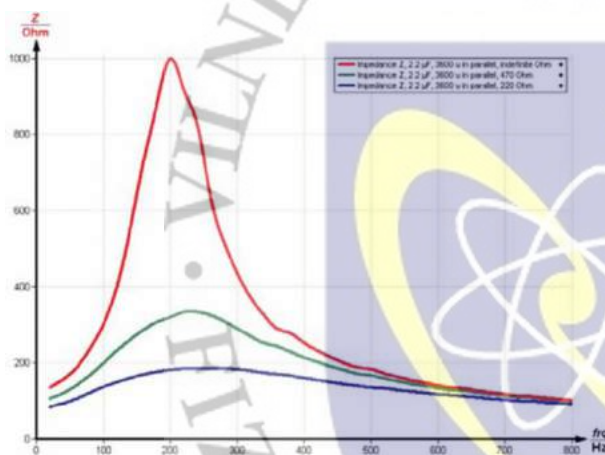
2 pav. Matavimams paruoštas darbo stendas

**!!! Prieš pradėdami matavimus kompiuterio loginiame diske D:\ susikuriame aplanką D:\Metai\Šios dienos data\_Studento Vardas\_Pavardė\**

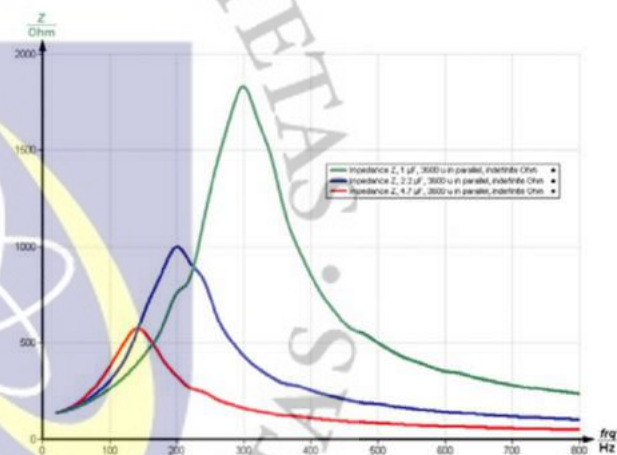
1. Įjunkite įrenginio „Cobra 3“ ir funkcinio generatoriaus maitinimą.
2. Paleiskite programą „Measure“ ir pasirinkite „Gauge“ > „Cobra3 PowerGraph“
3. Paspauskite „Analog In2/S2“ ir pasirinkite „Module/Sensor“ „Burst measurement“. Nustatykite parametrus kaip pavaizduota 7 pav. (Priedas 1)
4. Paspauskite „Function Generator“ simbolį ir nustatykite parametrus kaip parodyta 8 pav. (Priedas 1)
5. Pridėkite „Virtual device“ paspaudę baltą trikampį viršutiniame kairiame „PowerGraph“ lentelės kampe arba dešiniu pelės mygtuku spragtelėję „Cobra3 Basic-Unit“ simbolį. Išjunkite visus kanalus išskyrus pirmąjį ir nustatykite jam tokius parametrus, kaip parodyta 9 pav. (Priedas 1)
6. „PowerGraph“ skiltyje „Settings“ nustatykite parametrus kaip parodyta 10 pav. (Priedas 1)
7. „PowerGraph“ skiltyje „Displays“ nustatykite, kad tiriama priklausomybė būtų matoma atliekant bandymą (parametrai pavaizduoti 11 pav. Priedas 1).

### Lygiagretus jungimas – impedanso dažninė charakteristika

- Sujunkite lygiagrečią RLC grandinę kaip parodyta 1b pav.
- Pakvieskite dėstytoją, kad šis patikrintų, ar teisingai sujungta grandinė.**
- Pradėkite matavimus paspaudę mygtuką „Continue“.
- Atlikite matavimus su į grandinę įjungtais skirtingų varžų rezistoriais  $R_D$  (220  $\Omega$ , 470  $\Omega$ ,  $\infty \Omega$  (nėra rezistoriaus)) ir 2,2  $\mu\text{F}$  talpos kondensatoriumi. Po kiekvieno matavimo eksperimento duomenis išsaugokite \*.txt dokumente darbo pradžioje susikurtame aplanke. Viršutinėje meniu juostoje pasirinkite „Measurement“ > „Export data“ (arba Ctrl+C), atsiradusiame langelyje pasirinkite „Save to file“, „Export as numbers“ ir spauskite OK. Išsaugodami prie dokumento pavadinimo pridėkite plėtinį „.txt“, nes programa to automatiškai nepadaro. **Darbalaukyje išsaugoti ir palikti matavimų duomenys trinami!!!**
- Atlikite matavimus su  $R_D = \infty$  (nėra rezistoriaus) ir skirtingos talpos kondensatoriais (1  $\mu\text{F}$ , 2,2  $\mu\text{F}$  ir 4,7  $\mu\text{F}$ ). Po kiekvieno matavimo eksperimento duomenis išsaugokite \*.txt dokumente darbo pradžioje susikurtame aplanke.
- Pavaizduokite impedanso dažnines priklausomybes: viename paveiksle esant skirtingoms rezistoriaus  $R_D$  varžoms, kitame – skirtingoms kondensatorių talpoms. Pavyzdžiai pateikti 3 ir 4 pav.



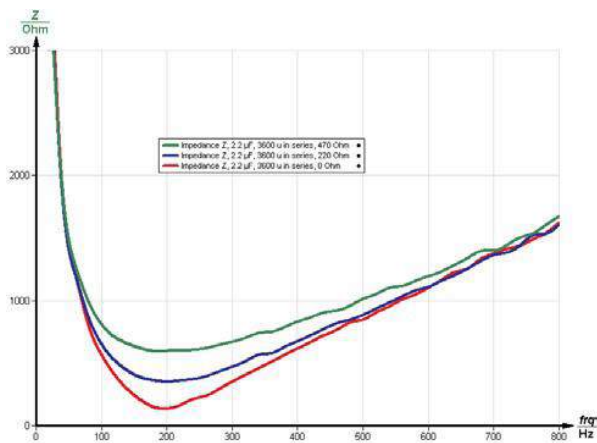
**3 pav.** Impedanso priklausomybės nuo dažnio esant skirtingoms rezistoriaus  $R_D$  varžoms. (Lygiagretusis jungimas).



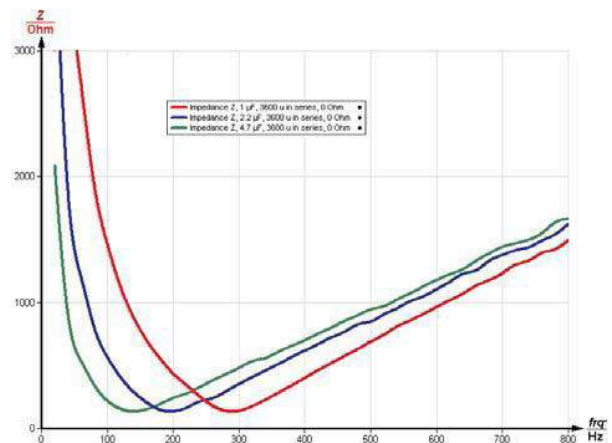
**4 pav.** Impedanso priklausomybės nuo dažnio esant skirtingoms kondensatorių talpoms. (Lygiagretusis jungimas).

### Nuoseklus jungimas – impedanso dažninė charakteristika

- Sujunkite nuoseklią RLC grandinę kaip parodyta 1a pav.
- Pakvieskite dėstytoją, kad šis patikrintų, ar teisingai sujungta grandinė.**
- Pradėkite matavimus paspaudę mygtuką „Continue“.
- Atlikite matavimus su į grandinę įjungtais skirtingų varžų rezistoriais  $R_D$  (0  $\Omega$ , 220  $\Omega$  ir 470  $\Omega$ ) ir 2.2  $\mu\text{F}$  talpos kondensatoriumi. Po kiekvieno matavimo eksperimento duomenis išsaugokite \*.txt dokumente darbo pradžioje susikurtame aplanke.
- Atlikite matavimus su  $R_D = 0 \Omega$  rezistoriumi ir skirtingos talpos kondensatoriais (1  $\mu\text{F}$  ir 4.7  $\mu\text{F}$ ). Po kiekvieno matavimo eksperimento duomenis išsaugokite \*.txt dokumente darbo pradžioje susikurtame aplanke.
- Nubrėškite impedanso dažnines priklausomybes: viename paveiksle esant skirtingoms rezistoriaus  $R_D$  varžoms, kitame – kondensatorių talpoms. Paveikslų pavyzdžiai pateikti 5 ir 6 pav.



5 pav. Impedanso priklausomybės nuo dažnio esant skirtingoms rezistoriaus  $R_D$  varžoms. (Nuoseklusis jungimas).



6 pav. Impedanso priklausomybės nuo dažnio esant skirtingoms kondensatorių talpoms. (Nuoseklusis jungimas).

### Nuoseklusis jungimas – fazės poslinkis tarp I ir U

20. Pasirinkite „Gauge“ > „Cobra3 Universal Writer“ ir nustatykite 12 pav. (Priedas 1) nurodytus parametrus.
21. Išmatuokite srovės stiprio ir įtampos priklausomybes nuo laiko esant skirtingoms dažnio vertėms. Dažnį keiskite nuo 80 Hz iki 360 Hz kas 20 Hz. Dažniams esant didesniems nei 200 Hz, skiltyje „Configure FG module“ dažnių diapazonas pakeičiamas į „High frequencies“.
22. Atkreipkite dėmesį, kuri kreivė, srovės stiprio ar įtampos, buvo priešakyje.
23. Spauskite „Analysis“ > „Smooth...“ ir pasirinkite „left axis“ ir „add new“ abiemis (įtampos ir srovės stiprio) kreivėms. Norint atlikti minėtąjį veiksmą iš pradžių reikia spragtelėti norimą kreivę.
24. Skiltyje „Measurement“ > „Channel manager...“ pasirinkite „Current FG“ vertes atvaizduoti x ašyje, o „Analog in 2“ (įtampų vertes) – y ašyje (13 pav. Priedas 1). Brėžiama Lisažu figūra nėra funkcija, o tiesiog įtampos ir srovės stiprio ryšį atvaizduojanti diagrama, todėl „Convert relation to function“ lange pasirinkite „Keep measurement in relation mode“.
25. Nustatykite Lisažu figūros didžiausią išsitiesimą abscisių ašies kryptimi ( $\Delta I_{max}$ ) (14 pav. Priedas 1) ir atstumą tarp taškų, kuriuose figūra kerta abscisių ašį ( $\Delta I_0$ ). Tai galite padaryti naudodami „Measure“ programos įrankį „Survey“ arba bet kokia kita jums priimtina programa (pvz. Origin ar MagicPlot) prieš tai išsisaugoję matavimų duomenis \*.txt dokumente darbo pradžioje susikurtame aplanke.
26. Santykis  $\frac{\Delta I_0}{\Delta I_{max}}$  yra lygus fazės poslinkio kampo tarp srovės stiprio ir įtampos sinusui ( $\sin(\varphi)$ ).

Apskaičiuokite  $\varphi$  ir  $\tan(\varphi)$  išmatuotoms dažnių vertėms.

27. Naudodami išraišką

$$\tan(\varphi) = \frac{1}{150} \left( 2\pi \cdot 0,3 \cdot f - \frac{1}{2\pi \cdot 2,2 \times 10^{-6} \cdot f} \right)$$

ir imdami tas pačias dažnių  $f$  vertes kaip ir 21 žingsnyje, apskaičiuokite teorines  $\tan(\varphi)$  reikšmes. Lygtis parašyta nuosekliai sujungtai grandinei susidedančiai iš  $L=0.3$  mH induktyvumo ritės,  $R_D=150 \Omega$  rezistoriaus ir  $2.2 \mu F$  talpos kondensatoriaus (grandinė be papildomo slopinamojo rezistoriaus). Nubrėžkite paveikslą ir jame atidėkite iš matavimų

duomenų apskaičiuotas  $\varphi$ ,  $\tan(\varphi)$  ir teorines  $\tan(\varphi)$  vertes. Pavyzdys pateiktas 15 paveiksle (Priedas 1.).

Suformuluokite darbo išvadas.

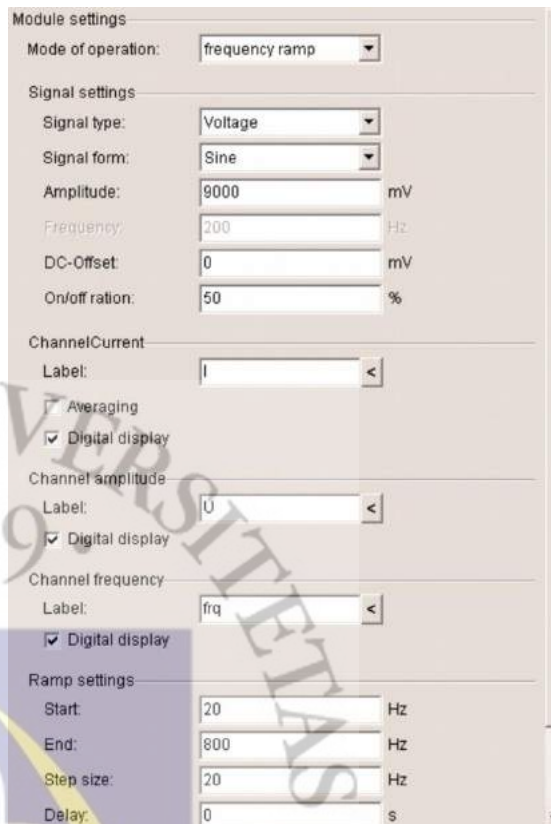
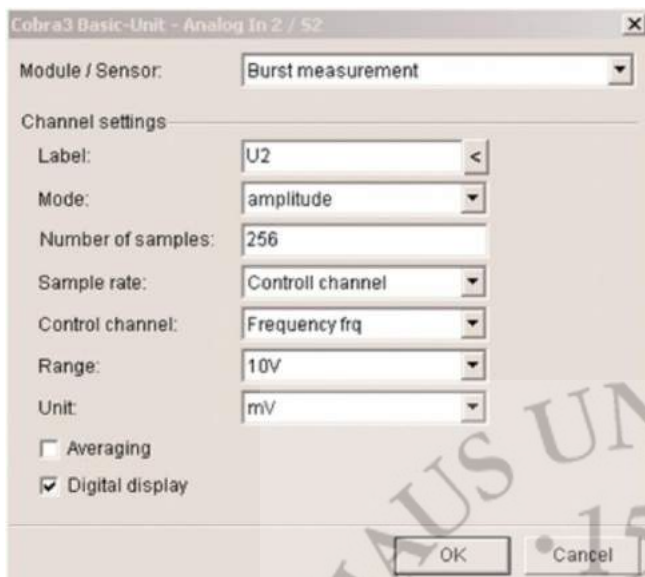
**Baigę darbą neužmirškite išjungti prietaisų!**

#### Literatūra.

1. A. Medeišis „Mechanika, molekulinė fizika, elektra ir magnetizmas. Fizikos praktikumas.“, Vilnius, *Vilniaus universiteto leidykla*, 2000.
2. A. Matvejevas, „Elektra ir magnetizmas“, Vilnius, *Mokslas*, 1991.
3. V. Rinkevičius, „Elektra ir magnetizmas“, Vilnius, *Vilniaus universiteto leidykla*, 2001.
4. Č. Pavasaris. Puslaidininkiniai įtaisai. Veikimo ir taikymo pagrindai II d., 2010, Vilnius.

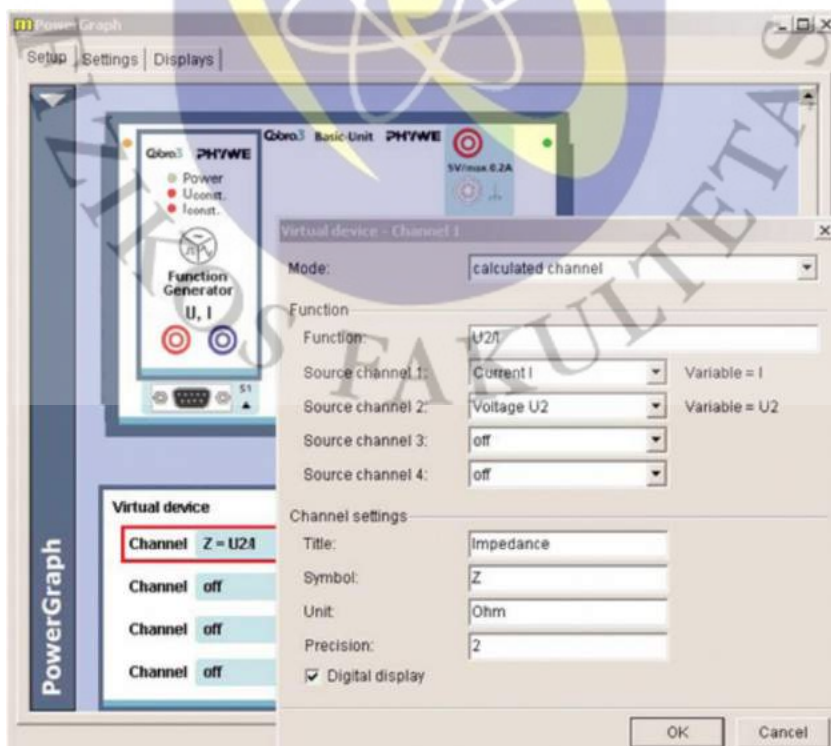




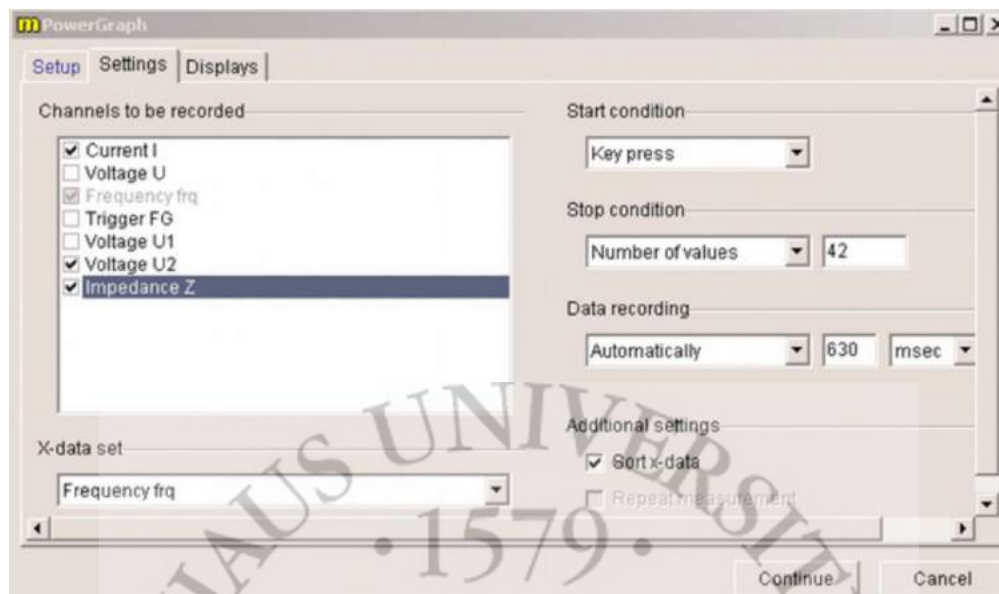


7 pav. „Analog In2/S2“ nustatymai.

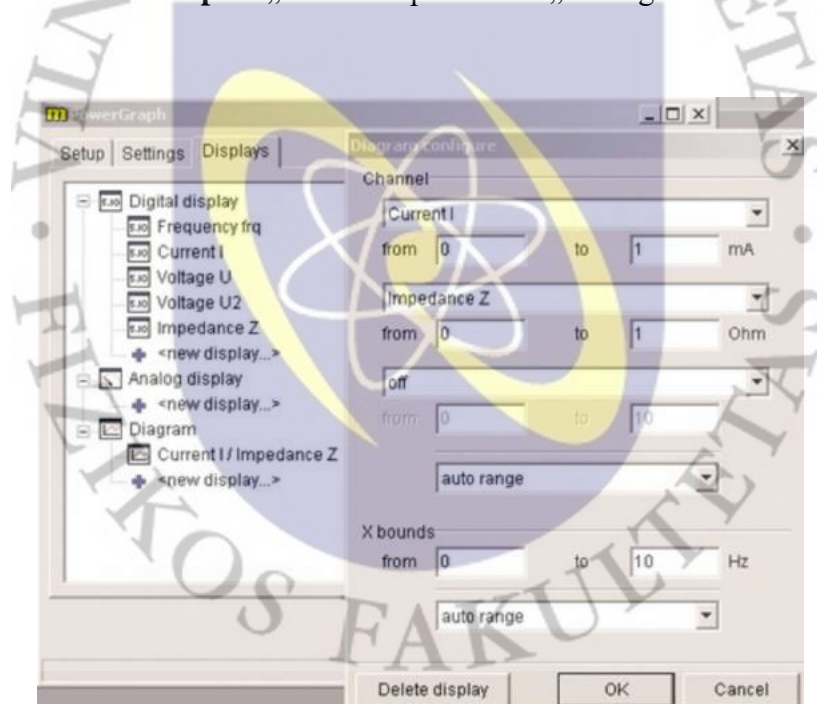
8 pav. „Function generator“ nustatymai.



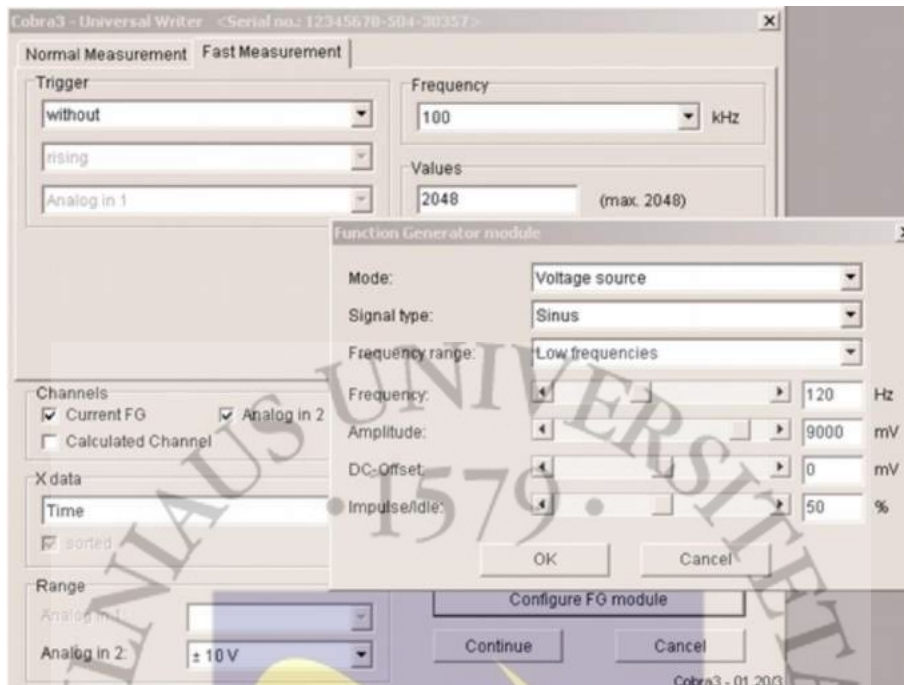
9 pav. „Virtual device“ nustatymai.



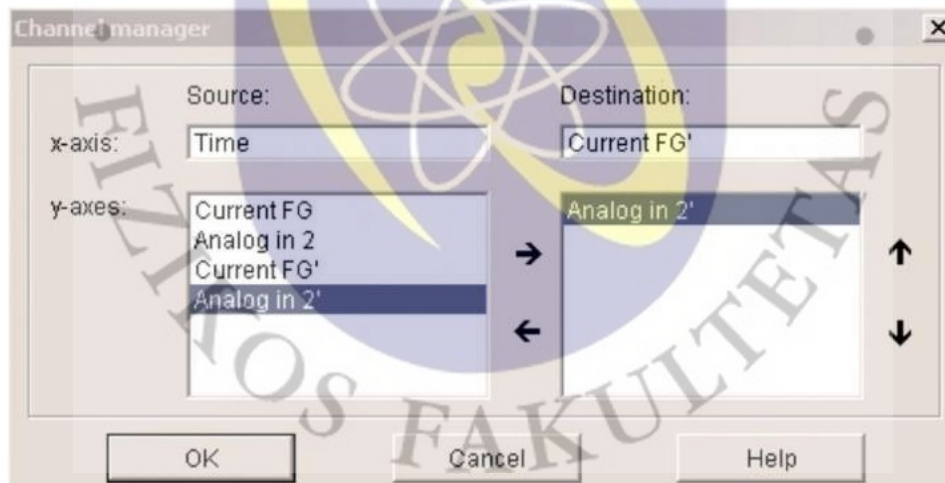
10 pav. „PowerGraph“ skiltis „Settings“



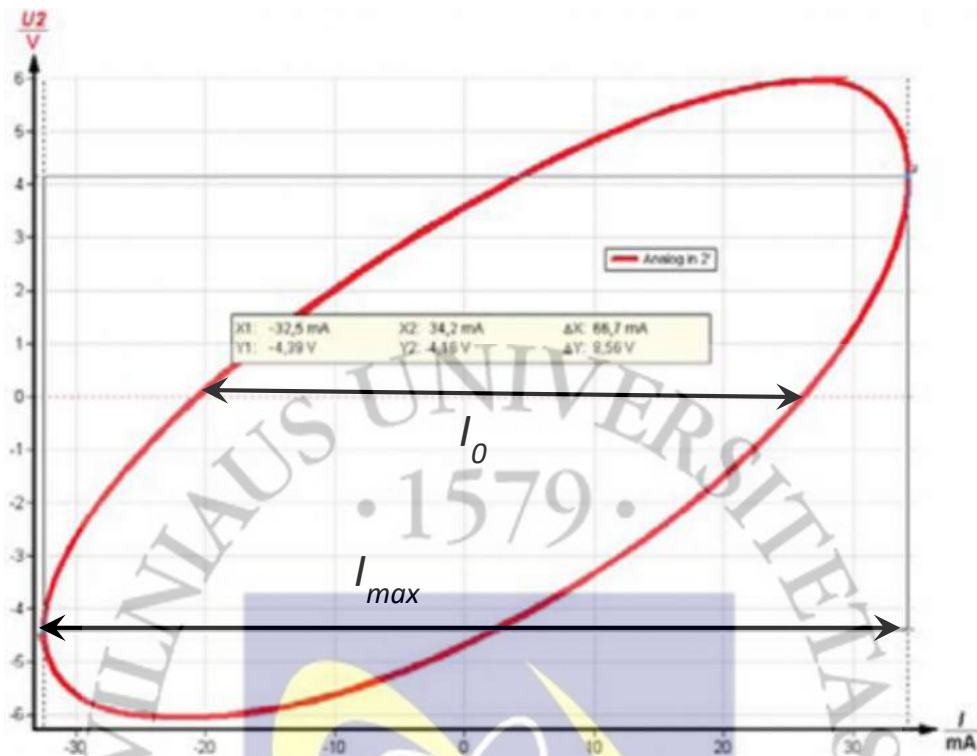
11 pav. „PowerGraph“ skiltis „Displays“



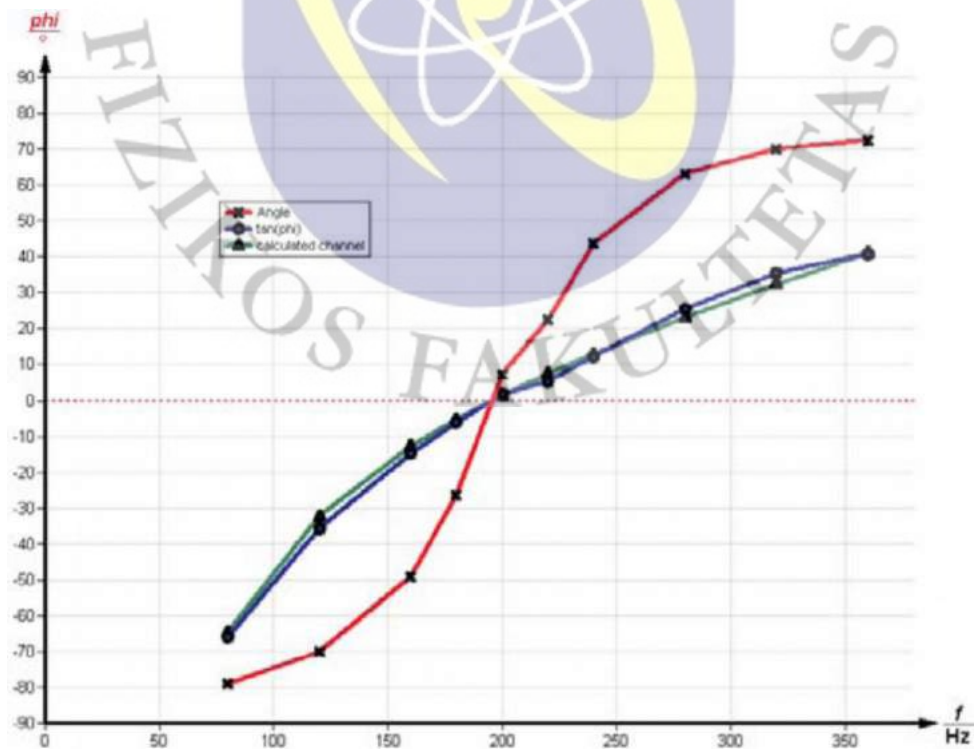
12 pav. „Universal Writer“ nustatymai



13 pav. „Channel manager“ lentelė



14 pav. Lissajū figūros parametų  $\Delta I_0$  ir  $\Delta I_{max}$  nustatymas.



15 pav. Fazės poslinkio kampo tarp srovės stiprio ir įtampas ir jo tangento priklausomybės nuo dažnio.