13b. Apverčiamosios svyruoklės tyrimas

Užduotis

1. Išmatuoti apverčiamosios svyruoklės svyravimų periodų priklausomybes nuo atstumo tarp movų.
2. Nustatyti laisvojo kritimo pagreitį.

Pagrindiniai teoriniai klausimai

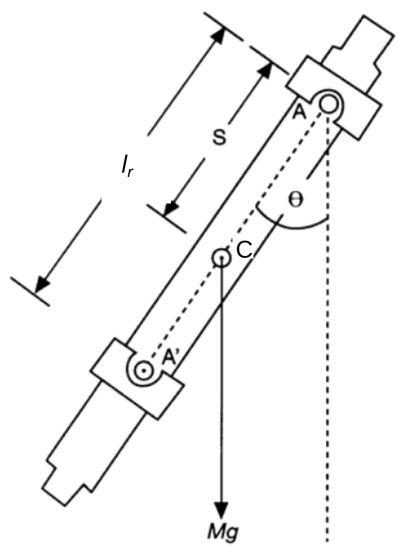
1. Svyravimų klasifikacija.
2. Harmoniniai svyravimai.
3. Fizinė svyruoklė, jos judėjimo lygtis ir svyravimų periodas.

Tyrimo metodika

Apverčiamoji svyruoklė yra fizinė svyruoklė, kuri gali būti pakabinama taip, kad svyruotų apie dvi ašis (1 pav.). kuri nuo matematinės svyruoklės skiriasi tuo, kad svyruojanti masė nėra sukoncentruota viename taške, bet pasiskirsčiusi tam tikroje erdvės dalyje. Svyruoklės potencinė energija E_p atitinka sunkio centro S potencinę energiją:

$$E_p = \sum_i m_i \vec{r}_i \vec{g} = -Mg\cos\Theta, \tag{1}$$

kur m_i ir $\vec{r}_i$ yra svyruoklę sudarančių dalelių masė ir padėties vektoriai ašies A atžvilgiu, M - visos svyruoklės masė, g - laisvojo kritimo pagreitis, Θ - atsilenkimo nuo pusiausvyros padėties kampas.



1 pav. Apverčiamoji svyruoklė.

Svyruoklės kinetinė energija E_k yra visų svyruoklę sudarančių dalelių kinetinių energijų suma:

$$E_k = \sum_i \frac{1}{2} m_i v_i^2 = \frac{1}{2} \sum_i m_i \omega_i^2 r_i^2, \tag{2}$$

kur v_i yra i-tosios dalelės greitis, ω_i - jos kampinis greitis, kuris visiems kietakūnės svyruoklės taškams yra vienodas. Pažymėję jį kaipo atsilenkimo kampo pirmąją išvestinę laiko atžvilgiu $\dot{\Theta}$, turime:

$$E_k = \frac{\dot{\Theta}^2}{2} \sum_i m_i r_i^2 = \frac{1}{2} \dot{\Theta}^2 I = \frac{1}{2} \dot{\Theta}^2 \left(I_s + Ms^2 \right), \tag{3}$$

kur svyruoklės inercijos momentas I svyravimų ašies A atžvilgiu yra pakeistas pagal Heigenso ir Šteinerio teoremą jam lygia svyruoklės inercijos momento I_s atžvilgiu ašies, kuri lygiagreti ašiai A ir eina per svyruoklės masės centrą, ir sandaugos Ms^2 suma. Čia s yra atstumas tarp tų ašių.

Pagal mechaninės energijos tvermės dėsnį gauname:

$$E = E_k + E_p = \frac{1}{2} \dot{\Theta}^2 \left(I_s + Ms^2 \right) - Mgs \cos \Theta = const. \tag{4}$$

Mažam atsilenkimo nuo pusiausvyros padėties kampui Θ, išreikštam radianais, $\cos \Theta \approx 1 - \Theta^2$. Tada:

$$\dot{\Theta}^2 + \frac{Mgs}{I_s + Ms^2} \Theta^2 = C, \tag{5}$$

kur C - pastovus dydis.

Bendrasis (4) lygties sprendinys yra periodinė laiko funkcija:

$$\Theta(t) = \Theta_0 \sin(\omega t + \varphi), \tag{6}$$

kur Θ_0 yra atsilenkimo kampo amplitudė, φ - pradinė fazė, o ciklinis dažnis

$$\omega = \sqrt{\frac{Mgs}{I_s + Ms^2}} = \sqrt{\frac{g}{l_r}}. \tag{7}$$

Čia svyruoklės redukuotasis ilgis

$$l_r = \frac{I_s}{Ms} + s. \tag{8}$$

Iš (7) išraiškos gauname fizinės svyruoklės svyravimų periodą:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{l_r}{g}}. \qquad (9)$$

Vadinasi, fizinės svyruoklės svyravimų periodas T atitinka matematinės svyruoklės, kurios ilgis l yra lygus fizinės svyruoklės redukuotajam ilgiui l_r, periodą ($T = 2\pi\sqrt{l/g}$). Fizinės svyruoklės svyravimų periodas priklauso nuo jos masės, Skirtingai nei matematinės svyruoklės, fizinės svyruoklės svyravimų periodas priklauso nuo jos masės, o pagal (8) jos redukuotasis ilgis l_r yra visada didesnis nei atstumas s tarp svyruoklės sukimosi ašies A ir jos sunkio centro S.

Taškas A', esantis atstumu l_r nuo ašies A (1 pav.), yra vadinamas svyravimų centru. Jei svyravimų ašį A pakeisime ašimi A', tai svyravimų periodas nepakis, nes:

$$T_{A'} = 2\pi\sqrt{\frac{I_s}{Mg\left(l_r - s\right)} + \frac{l_r - s}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{I_s}{Mg\,\frac{I_s}{Ms}} + \frac{I_s}{Mgs}} = 2\pi\sqrt{\frac{l_r}{g}} = T_A. \qquad (10)$$

Tyrimo eiga

2 pav. Eksperimente naudojama apverčiamoji svyruoklė.

Eksperimento įranga yra parodyta 2 pav. Apverčiamąją svyruoklę sudaro apvalus plieninis strypas su dviem movomis, kurios įsuktais į jas varžtais gali būti pritvirtintos įvairiose strypo vietose. Movos turi po dvi užapvalintas įpjovas svyruoklei pakabinti ant atramos. Svyruoklės mažų svyravimų periodas T yra matuojamas optronine šakute. Periodo matavimo įrenginys nustatomas *period measurement* režimu (jungiklis pastumtas į dešinę pusę). Laikas pradedamas matuoti, kai tik svyruoklė optrone atidengia infraraudonąjį šviesos spindulį ir matuojamas iki tol, kol ji, judėdama pirmyn ir atgal, vėl uždengia šviesos spindulį. Pirmiausia, išmatuojamas svyravimų periodas T_1, kai svyravimų ašį atitinka pirmosios movos įpjovos sąlyčio su atrama vieta. Vėliau matuojamas apverstos svyruoklės svyravimų periodas T_2, kai svyravimų ašį atitinka antrosios movos įpjovos sąlyčio su atrama vieta. Tiriama tų periodų priklausomybė nuo nuotolio l‘ tarp abiejų movų įpjovų (pirmosios movos vieta nekeičiama). Rekomenduojama bandymus atlikti intervale l‘ = 34…60 cm, žingsniu kas 2 cm. Išmatavus periodus T_1 ir T_2 abiejų svyravimų ašių atžvilgiu, kai yra keičiamas atstumas l', braižomos jų priklausomybės nuo to atstumo l'. Dviejų kreivių susikirtimo taškas parodo redukuotąjį svyruoklės ilgį l_r ir periodą T. Tada iš (9) lygties nustatomas laisvojo kritimo pagreitis

$$g = \frac{4\pi^2}{T^2} l_r \tag{11}$$

Paklaidų įvertinimas

Laisvojo kritimo pagreičio nustatant jį pagal (11) paklaidą lemia apverčiamosios svyruoklės svyravimų periodo ir jos redukuotojo ilgio nustatymo paklaidos:

$$\Delta g = g\sqrt{\left(\frac{2\Delta T}{T}\right)^2 + \left(\frac{\Delta l_r}{l_r}\right)^2}. \tag{12}$$

Literatūra:

1. A. Medeišis „Mechanika, molekulinė fizika, elektra ir magnetizmas. Fizikos praktikumas.“, Vilnius, *Vilniaus universiteto leidykla*, 2000, 353 p.
2. A. Matvejevas, „Mechanika ir reliatyvumo teorija“, Vilnius, *Mokslas*, 1982, 334 p.