4. Inercijos elipsoido tyrimas bei Heigenso ir Šteinerio teoremos tikrinimas bifiliariąja svyruokle

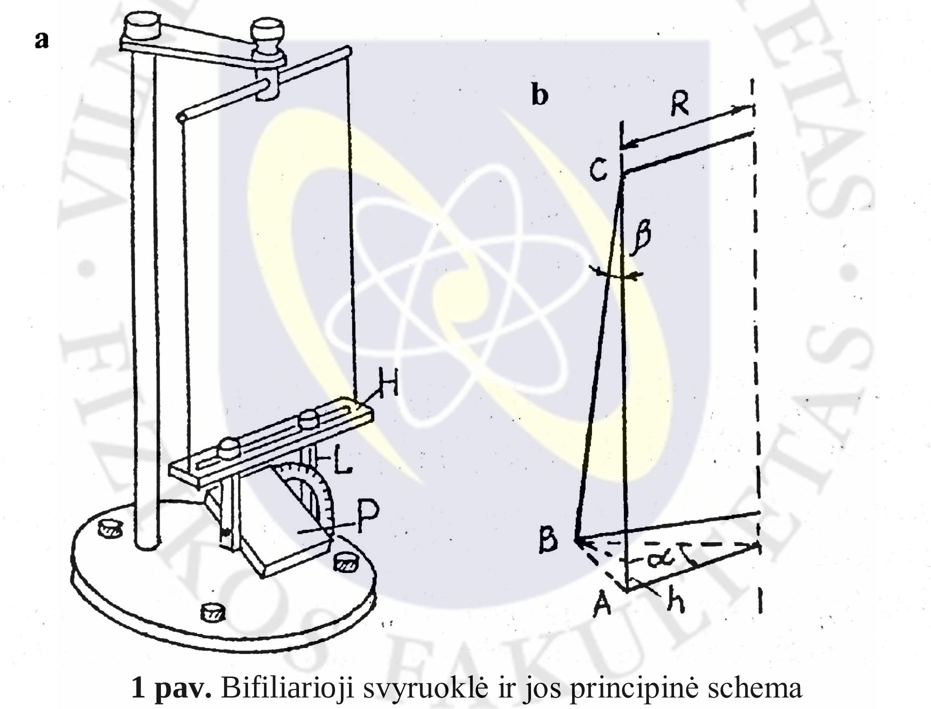
Užduotis:

1. Ištirti duoto kūno inercijos momento priklausomybę nuo kampo tarp jo simetrijos ir sukimosi ašių.
2. Patikrinti Heigenso ir Šteinerio teoremą.

Pagrindiniai teoriniai klausimai:

1. Jėgos momentas.
2. Pagrindinis sukamojo judėjimo dėsnis.
3. Inercijos momento fizikinė prasmė.
4. Heigenso ir Šteinerio teorema.
5. Inercijos elipsoidas.

Tyrimo metodika.



1 pav. Bifiliarioji svyruoklė ir jos principinė schema

Bifiliariąją svyruoklę sudaro pakabintas dviem lygiagrečiais vienodo ilgio siūlais horizontalus strypas H su tiriamojo kūno P laikikliu L (1 pav.). Strypui svyruojant maža amplitude apie vertikaliąją ašį, atsilenkimo nuo pusiausvyros padėties kampas α kinta harmoningai. Jo priklausomybę nuo laiko galima aprašyti sinuso arba kosinuso funkcija:

$$\alpha = \alpha_0 \sin 2\pi \frac{t}{T_1}; \tag{1}$$

čia T_1 - svyravimo periodas, o α_0 - maksimalus posūkio kampas – svyravimo amplitudė. Tokiu atveju strypo kampinis greitis:

$$\omega = \omega_0 \cos 2\pi \frac{t}{T_1}. \tag{2}$$

Šioje išraiškoje

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_1}\alpha_0 . \tag{3}$$

yra maksimalus kampinis greitis. Šiuo greičiu sukasi strypas, pereidamas pusiausvyros padėtį. Strypas sukdamasis kyla į viršų ir, pasisukęs kampu α_0, pasiekia didžiausią aukštį *h*.

Tada jo kampinis greitis lygus nuliui, o visa kinetinė energija pavirsta potencine. Pagal energijos tvermės dėsnį

$$(m + m_0)gh = \frac{1}{2} I_1 \omega_0^2 . \tag{4}$$

Šioje lygtyje *m* yra bandinio masė, m_0 - strypo su bandinio laikikliu masė, o I_1 - šios sistemos inercijos momentas. Pakabinimo siūlų masės galima nepaisyti.

Rasime ryšį tarp *h* ir α_0. Pažymėję siūlo pokrypio vertikalės atžvilgiu kampą β, užrašysime

$$h = l - l\cos\beta; \tag{5}$$

čia l=BC – pakabinimo siūlo ilgis.

Kadangi $1 - \cos\beta = 2\sin^2\frac{\beta}{2}$, tai

$$h = 2l\sin^2\frac{\beta}{2} . \tag{6}$$

Jei svyravimų amplitudė labai maža $(\alpha_0 \le 3^0)$, tai $\sin^2\frac{\beta}{2} \approx \left(\frac{\beta}{2}\text{rad}\right)^2$, AB=$\beta l$ ir

$\text{AB} = \alpha_0 R = \alpha_0 \frac{d}{2}$; čia $d=2R$ – atstumas tarp pakabinimo siūlų. Tokiu atveju

$$h = \frac{\alpha_0 d^2}{8l} . \tag{7}$$

Įrašę (3) ir (7) išraiškas į (4) lygtį, gausime, kad svyruoklės su bandiniu inercijos momentas

$$I_1 = \frac{(m_0 + m)gd^2 T_1^2}{16\pi^2 l} . \tag{8}$$

Tiriamasis kūnas tvirtinamas taip, kad svyravimų ašis eitų per jo masės centrą. Tirti patogiausia stačiakampės plokštelės arba ritinio formos bandinius. Jei svyruoklės be bandinio svyravimų periodas T_0, tai jos inercijos momentas

$$I_0 = \frac{m_0 g d^2}{16\pi^2 l} T_0^2 . \tag{9}$$

Bandinio inercijos momentas $I = I_1 - I_0$.

Heigenso ir Šteinerio teoremą patogiausia tikrinti dviem vienodais ritinio formos bandiniais. Tarkime, kad abiejų masė m_p. Pagal Heigenso ir Šteinerio teoremą bandinių inercijos momentas *r* atstumu nuo jų masių centrų esančios ašies atžvilgiu bus toks:

$$I_p = I_{op} + m_p r^2 ; \tag{10}$$

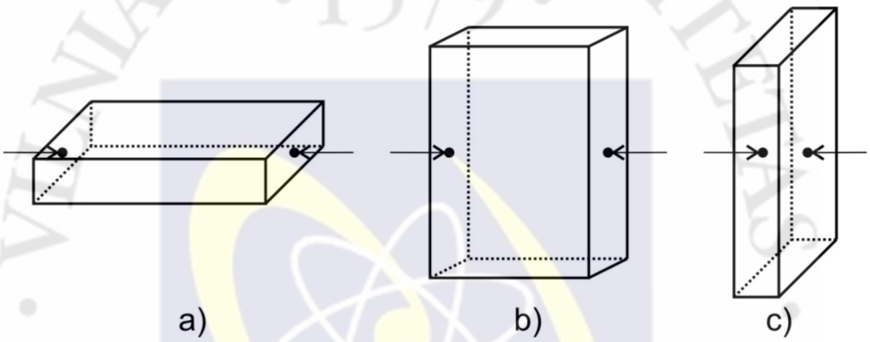
čia I_{op} - inercijos momentas atžvilgiu ašies, einančios per bandinių masių centrus lygiagrečiai duotajai. Inercijos momentų skirtumą $I_p - I_{op}$ rasime išmatavę svyruoklės periodą T_1, kai krovinėliai padėti vienas ant kito ties strypo H viduriu, ir T_2, kai jie perkelti į priešingas puses *r* atstumu nuo svyravimų ašies. Jeigu pirmuoju atveju svyruoklės inercijos momentas I_1, o antruoju I_2, tai $I_p - I_{op} = I_2 - I_1 = m_p r^2$. Įrašę į šią lygtį I_1 ir I_2 išraiškas, analogiškas (9), gausime

$$\frac{(m_0 + m_p)gd^2}{16\pi^2 l}\left(T_2^2 - T_1^2\right) = m_p r^2 . \tag{11}$$

Darbo eiga.

Kūno inercijos momento priklausomybės nuo kampo tarp jo simetrijos ir sukimosi ašių tyrimas.

1. Nustatykite tiriamosios plokštelės matmenis: jos ilgį, plotį ir aukštį atitinkamai pažymėkite a, b, ir c, ir sutapatinkite su koordinačių ašimis x, y, z. Pavaizduokite tai brėžiniu.
2. Išmatuokite atstumą d tarp pakabinimo siūlų, plokštelės masę m ir pakabinimo siūlo ilgį l.
3. Sukelkite svyruoklės be bandinio mažus 2–3 laipsnių amplitudės svyravimus ir optroninės šakutės pagalba nustatykite svyruoklės svyravimų periodą. Bandymą pakartokite 3–5 kartus ir apskaičiuokite vidutinę T_0 vertę.
4. Naudodami (9) išraišką apskaičiuokite svyruoklės be bandinio inercijos momentą I_0.
5. Apskaičiuokite bandinio inercijos momentus x, y ir z atžvilgiu: $Ixx = \frac{m}{12} \cdot (b^2 + c^2),\ Iyy = \frac{m}{12} \cdot (a^2 + c^2),\ Izz = \frac{m}{12}(b^2 + a^2)$.
6. Apskaičiavę, paimkite bandinį ir įstatykite jį į laikiklį taip, kaip parodyta 2 paveikslo a) dalyje. Svyravimų ašis turi eiti per bandinio masės centrą.



2 pav. Bandinio tvirtinimas svyruoklės laikiklyje.

7. Sukelkite mažus 2-3 laipsnių amplitudės svyruoklės svyravimus ir nustatykite jos svyravimų periodą T_1. Bandymą pakartokite 3–5 kartus ir apskaičiuokite vidutinę T_1 vertę. Naudodami (8) išraišką apskaičiuokite svyruoklės su bandiniu ir vien tik bandinio inercijos momentus.
8. Pasukite bandinį 10 laipsnių ir kartokite 7 žingsnyje aprašytus veiksmus. Bandinį sukite ir matuokite svyravimų periodą tol kol plokštelė taps horizontali. Matavimų rezultatus rašykite į 1 lentelę.

1 lentelė. Matavimų duomenys

φ	I_1	I

9. Naudodami gautus duomenis nubraižykite grafiką polinėje koordinačių sistemoje: spindulio ilgį atitiks bandinio inercijos momento vertės, o kampą – matlankio parodymai.
10. Atlikite analogiškus eksperimentus pagal 7–9 žingsnius įstatę plokštelę į laikiklį taip kaip parodyta 2 paveikslo b) ir c) dalyse.
11. Palyginkite eksperimentiškai išmatuotus ir 5 žingsnyje apskaičiuotus bandinio inercijos momentus.

Heigenso ir Šteinerio teoremos tikrinimas.

1. Ant laikiklio uždėkite ritinio formos svarelius taip kad jie būtų vienas ant kito ties svyruoklės masės centru. Paleiskite svyruoklę svyruoti maža amplitude ir išmatuokite svyravimų periodą T_1. Bandymą pakartokite 3–5 kartus ir apskaičiuokite vidutinę T_1 vertę.
2. Svarelius pritvirtinkite skirtinguose svyruoklės galuose, išmatuokite atstumą tarp jų masės centrų r. Paleiskite svyruoklę svyruoti maža amplitude ir išmatuokite svyravimų periodą T_2. Bandymą pakartokite 3–5 kartus ir apskaičiuokite vidutinę T_2 vertę.
3. Naudodami (11) išraišką patikrinkite Heigenso ir Šteinerio teoremą.

Suformuluokite darbo išvadas.

Matavimo paklaidų įvertinimas.

Didžiausią įtaką inercijos momento paklaidai daro svyravimų periodo ir atstumo d paklaidos. Inercijos momento ir (11) lygties paklaidų formules užrašome santykiniu pavidalu. Atskirai apskaičiuojame paklaidą $\Delta\left(T_2^2 - T_1^2\right)$.

Literatūra

1. A. Medeišis „Mechanika, molekulinė fizika, elektra ir magnetizmas. Fizikos praktikumas.“, Vilnius, *Vilniaus universiteto leidykla*, 2000, 353 p.

2. A. Matvejevas, „Mechanika ir reliatyvumo teorija“, Vilnius, *Mokslas*, 1982, 334 p.