

## 5. Giroskopo tyrimas

### Užduotis

1. Nustatyti giroskopo inercijos momentą tiriant disko greitėjantį sukimąsi.
2. Nustatyti giroskopo inercijos momentą tiriant precesijos ir disko sukimosi kampinių greičių sąryšį.

### Pagrindiniai teoriniai klausimai

1. Kampinis greitis ir pagreitis, jėgos momentas.
2. Pagrindinis sukamojo judėjimo dinamikos dėsnis.
3. Giroskopas, jo precesijos kampinis greitis.
4. Giroskopinės jėgos.

### Tyrimo metodika

Giroskopu vadinamas masyvus vienalytis kūnas, besisukantis apie laisvąją ašį, sutampančią su jo pagrindine inercijos ašimi. Pagal impulso tvermės dėsnį, besisukančio kūno impulso momentas nekinta, jei jį veikiančių išorinių jėgų momentas lygus nuliui. Taigi, kai nėra išorinių jėgų momento, impulso momento kryptis, o drauge ir giroskopo sukimosi ašis yra pastovios. Laisvosios sukimosi ašies pastovumas yra pagrindinė giroskopo savybė.

Giroskopo disko inercijos momento nustatymui strypas, ant kurio yra užmautas diskas, sudarytas iš dviejų skirtingo skersmens ritinių, yra įtvirtinamas nejudamai.

Jei giroskopo diskas pradeda sukintis dėl tolygiai greitėjančiai besileidžiančio vertikaliai žemyn  $m$  masės pasvaro, pakabinto ant apie spindulio  $r$  ritinį apvynioto siūlo (1 pav.), tai pagal pagrindinį sukamojo judėjimo dinamikos dėsnį sukimosi kampinis pagreitis:

$$\beta = \frac{M}{I_p}, \quad (1)$$

kur  $M$  - sukamasis momentas,  $I_p$  - disko inercijos momentas.

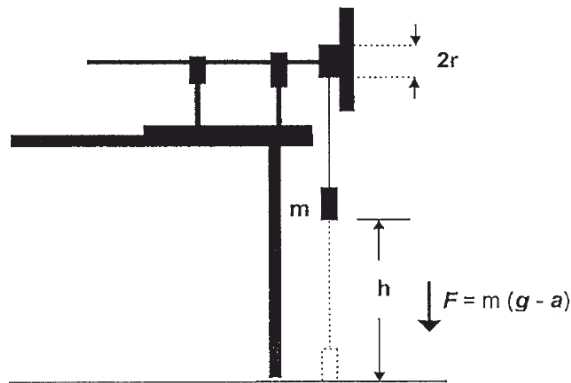
Siūlo įtempimo jėga  $F = m(g - a)$ , veikdama ritinį, sudaro sukamąjį momentą

$$M = m(g - a)r, \quad (2)$$

kur  $g$  - laisvojo kritimo pagreitis, o kūno linijinis pagreitis

$$a = \beta r = \frac{2h}{t^2}, \quad (3)$$

$h$  - nusileidimo aukštis, o  $t$  - trukmė.



1 pav. Giroskopo inercijos momento matavimo schema.

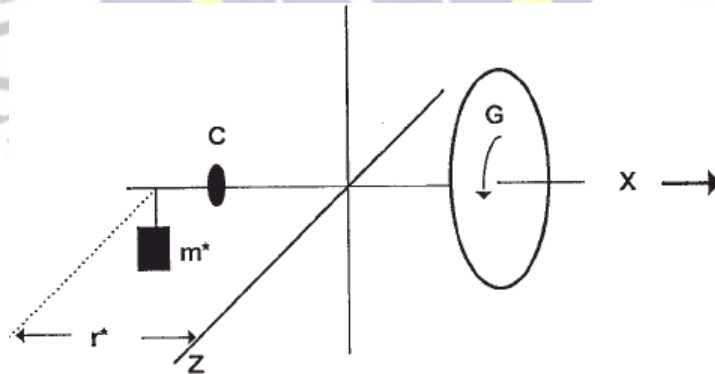
Istatę išraiškas (2) ir (3) į (1) gauname tiesinį sąryšį tarp pasvaro leidimosi trukmės kvadrato ir aukščio:

$$t^2 = \frac{2(I_P + mr^2)}{m g r^2} h = k_1 h. \quad (4)$$

Keičiant  $h$  matuojamas  $t$  ir, matavimo rezultatus pavaizdavus grafiškai  $t^2$  ir  $h$  koordinatėse, randamas koeficientas  $k_1$ . Tada giroskopo disko inercijos momentas nustatomas pagal iš (4) gautą išraišką:

$$I_P = mr^2 \left( \frac{k_1 g}{2} - 1 \right). \quad (5)$$

Nustatant giroskopo inercijos momentą iš precesijos ir disko sukimosi kampinių greičių sąryšio, jo strypas įtvirtinamas taip, kad galėtų judėti apie tris statmenas ašis, ir horizontalioje padėtyje būtų pusiausviras su atsvaru C (2 pav.).



2 pav. Giroskopo schema, kai jo inercijos momentas nustatinėjamas tiriant precesijos ir disko sukimosi kampinių greičių sąryšį.

Jei patraukę ant mažesnio ritinio užvyniotą siūlą ar tiesiog ranka giroskopo diską paleisime suktis apie X ašį kampiniu greičių  $\omega_R$ , tai impulso momentas  $L = I_P \omega_R$  išliks pastovus. Atstumu  $r^*$  nuo giroskopo sunkio centro pakabinus pasvarą, kurio masė  $m^*$ , giroskopą veiks jėgos momentas

$$M^* = m^* gr^* = \frac{dL}{dt}, \quad (6)$$

o impulso momento vektorius per laiko tarpą  $dt$  pasisuks kampu  $d\varphi$ :

$$dL = Ld\varphi. \quad (7)$$

Tuo pačiu kampu apie vertikalią ašį  $Z$  pasisuks ir giroskopo ašis  $X$ . Toks giroskopo sukimasis vadinamas precesija. Precesijos kampinis greitis

$$\Omega = \frac{d\varphi}{dt} = \frac{1}{L} \frac{dL}{dt} = \frac{1}{I_p \omega_R} \frac{dL}{dt} = \frac{m^* gr^*}{I_p \omega_R} = \frac{k_2}{\omega_R}. \quad (8)$$

Iš (9) matyti, kad giroskopo precesijos kampinis greitis ir dydis, atvirkščias disko sukimosi kampiniam greičiui, yra tiesiškai susiję. Keičiant  $\omega_R$  išmatavus  $\Omega$  ir šių matavimų rezultatus atidėjus  $\Omega$  ir  $\omega_R^{-1}$  koordinatėse randamas koeficientas  $k_2$  ir disko inercijos momentas nustatomas naudojant iš (8) gautą išraišką:

$$I_p = \frac{m^* gr^*}{k_2}. \quad (9)$$

### Darbo eiga

Giroskopo inercijos momento nustatymui tiriant disko greitėjantį sukimąsi strypą įtvirtiname nejudamai, kaip parodyta 1 pav. Ant mažesnio spindulio  $r$  ritinio užvyniojame siūlą, prie kurio laisvojo galo pakabiname lentynėlę su duotais pasvarėliais. Keičiant lentynėlės pakabinimo aukštį  $h$  sekundometru išmatuojame jos leidimosi žemyn trukmes  $t$ . Nusileidimo trukmių ir aukščių matavimų rezultatus brėžinyje atidėjus  $t^2$  ir  $h$  koordinatėse randamas koeficientas  $k_1$  ir pagal (5) apskaičiuojamas giroskopo disko inercijos momentas.

Tiriant giroskopo precesiją optoelektroniniu matuokliu yra išmatuojamas disko sukimosi periodas  $T$  ir randamas jo kampinis greitis

$$\omega_R = \frac{2\pi}{T}. \quad (10)$$

Precesijos kampinis greitis randamas sekundometru išmatavus strypo sukimosi periodą  $T_1$ :

$$\Omega = \frac{2\pi}{T_1}. \quad (11)$$

Jei precesija lėta, tai jos kampiniam greičiui įvertinti matuojame tik dalies apsisukimo trukmę. Jei per laiką  $t_1$  precesinio posūkio kampas laipsniais yra  $\varphi_1$ , tai precesijos kampinis greitis (rad/s):

$$\Omega = \frac{\pi \varphi_1}{180 t_1}. \quad (12)$$

Eksperimentą pakartojame keisdami  $\omega_R$  kiekvieną kart skirtingai įsukdami diską. Šių kampinių greičių matavimų rezultatus brėžinyje atidėjus  $\Omega$  ir  $\omega_R^{-1}$  koordinatėse randamas koeficientas  $k_2$  ir, išmatavus atstumą  $r^*$  nuo pasvaro pakabinimo vietos iki giroskopo sunkio centro, pagal (9) nustatomas disko inercijos momentas.

Dvigubai didesnis jėgos momentas (pavyzdžiui, padvigubinus pakabinamos lentynėlės su pasvarėliais masę  $m^*$ ) sukelia precesiją dvigubai didesniu kampiniu greičiu. Jei disko sukimosi kryptis keičiamą į priešingą, tai precesija vyksta taip pat priešinga kryptimi. Patartina disko inercijos momentą šioje darbo dalyje nustatyti bent jau dviems jėgos momento vertėms (tarkim, tai pačiai pasvaro masei ir skirtingam atstumui nuo pakabinimo vietos iki sunkio centro). Tikslinga palyginti dviem metodais nustatytas inercijos momento vertes ir įvertinti abiejų metodų tikslumą.

Palyginimui su gautais eksperimentiniais rezultatais, disko inercijos momentą galima suskaičiuoti taip:

$$I_p = \frac{1}{2}(m_1 r^2 + m_2 R^2) = \frac{\pi}{2}(d_1 r^4 + d_2 R^4) \rho. \quad (13)$$

Čia  $R$  didesniojo ritinio spindulys,  $d_1, d_2$  - ritinių storai,  $\rho = 0,9 \text{ g/cm}^3$  yra plastiko, iš kurio pagaminti ritiniai, tankis.

### Paklaidų įvertinimas

Inercijos momento paklaidą pirmoje darbo dalyje lemia koeficiento  $k_1$  paklaida, susijusi su pasvaro nusileidimo aukščio ir trukmės paklaidomis:

$$\Delta k_1 = k_1 \sqrt{\left(\frac{\Delta h}{h}\right)^2 + \left(\frac{2\Delta t}{t}\right)^2}, \quad (14)$$

nes kiti dydžiai  $m$  ir  $r$  yra išmatuoti tiksliau.

Darbo komplekte yra keturi po 10 g masės pasvarėliai ir vienas 50 g masės pasvarėlis, todėl yra įmanoma pasirinkti net devynis (nuo 10 iki 90 g) jų galimų pasvaro masių variantus, tačiau reikia turėti omenyje, kad didesnei masei mažės leidimosi trukmė ir išaugs jos matavimo sekundometru paklaida.

Reikia pažymėti, kad matuojant tik kūno nusileidimą nėra galimybių įvertinti disko sukimašį stabdančių trinties jėgų momentą, kuris yra priešingo ženklo nei momentas  $M$ . Dėl to skaičiuojant pagal (1) gaunama šiek tiek padidinta disko inercijos momento vertė. Trinties jėgų momento įtaką galima įvertinti tiriant ne tik kūno nusileidimą, bet ir jo pakilimą aukštyn siūlui dėl inercijos vėl apvyniojant ritinį. Šis būdas yra aprašytas laboratorinio darbo Nr.3 aprašyme.

Inercijos momento paklaidą antroje darbo dalyje lemia koeficiento  $k_2$  paklaida, susijusi su disko sukimosi ir strypo precesijos periodų matavimo paklaidomis bei atstumo  $r^*$  matavimo paklaida:

$$\Delta I_p = I_p \sqrt{\left(\frac{\Delta T}{T}\right)^2 + \left(\frac{\Delta T_1}{T_1}\right)^2 + \left(\frac{\Delta r^*}{r^*}\right)^2}. \quad (15)$$

### Literatūra:

1. A. Medeišis, „Mechanika, molekulinė fizika, elektra ir magnetizmas. Fizikos praktikumas.“, Vilnius, *Vilniaus universiteto leidykla*, 2000, 353 p.
2. A. Matvejevas, „Mechanika ir reliatyvumo teorija“, Vilnius, *Mokslas*, 1982, 334 p.