

23. Oro klamos koeficiento ir molekulių laisvojo kelio matavimas

Užduotis.

Išmatuoti oro klamos koeficientą ir molekulių laisvąjį lėkį bei efektinį skersmenį.

Pagrindiniai teoriniai klausimai.

1. Dujų molekulių laisvojo lėkio priklausomybė nuo slėgio ir temperatūros.
2. Laisvojo lėkio ir klamos koeficiento tarpusavio ryšys.
3. Puazeilio formulė.

Teorinis įvadas.

Molekulės laisvuojų lėkiu \bar{l} vadinamas vidutinis atstumas, kurį molekulė nulekia nepatirdama susidūrimų su kitomis. Jis priklauso nuo molekulių tankio ir efektinio skerspjūvio σ :

$$\bar{l} = \frac{1}{\sqrt{2}\sigma n}; \quad (1)$$

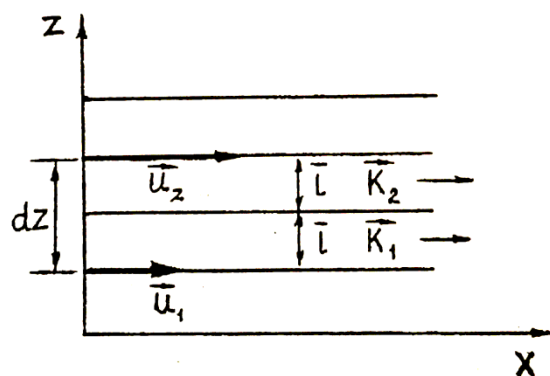
čia $\sigma = \pi d^2$, o d – molekulės efektinis skersmuo. Jis lygus vidutiniam atstumui tarp molekulių centrų jų susidūrimo metu. Kylant temperatūrai molekulės juda greičiau ir gali daugiau suartėti, todėl efektinis skerspjūvis atitinkamai mažėja. Šį mažėjimą aprašo

Sazerlendo formulė: $\sigma = \sigma_0 \left(1 + \frac{C}{T}\right)$ (čia σ_0 - koeficientas, o C – vadinamoji Sazerlendo konstanta). Molekulė, judėdama tolygiai, laisvąjį kelią nueina per laisvojo lėkio trukmę τ . Jeigu vidutinis greitis v , tai $\bar{l} = v\tau$.

Klampus – skysčio ir dujų vidinė trintis, susijusi su molekulių judesio kiekio pernaša statmena sluoksnių judėjimui kryptimi. Skystyje jis perduodamas tarpmolekulinės sąveikos jėgomis, o dujose – susidūriant jų molekulėms. Suskirstykime tekančias dujas į pakankamai plonus lygiagrečius, statmenus z koordinatei, laisvojo kelio storio sluoksnius (1 pav.) Kiekvieno jų ribose greičių kitimo galima nepaisyti. Jeigu vienas sluoksnis juda greičiu u , o esantis atstumu dz nuo jo greičiu $u+du$, tai pastarąjį veikia klamos jėga:

$$F = \eta \frac{du}{dz} S; \quad (2)$$

čia $\frac{du}{dz}$ - greičio gradientas, S – sluoksnio plotas, o η - klamos koeficientas. Taigi klamos koeficientas parodo, kokia klamos jėga tenka ploto vienetui, kai greičio gradientas lygus vienetui.



1 pav. Laminariojo dujų srauto modelis

Molekulės, perlėkdamos iš vieno sluoksnio į kitą, perneš ir jų judesio kiekį. Apsikeitimas judesio kiekiais K storio $2\bar{l}$ sluoksnyje įvyks per laiką $\tau = \frac{\bar{l}}{v}$; čia v – vidutinis molekulių greitis. Pagal antrąjį Niutono dėsnį tokių sluoksnių sąveikos jėga:

$$F = \frac{K_2 - K_1}{\tau}; \quad (3)$$

čia K_1 ir K_2 - gretimų sluoksnių judesio kiekiai. Taigi

$$F = \frac{v(K_2 - K_1)}{\bar{l}}; \quad (4)$$

Kadangi šiluminio judėjimo greičio kryptys vienodai tikėtinos, tai galima tarti, kad Z ašies kryptimi vidutiniu greičiu juda $1/6$ visų molekulių. Jeigu molekulių masė m , jų tankis n , o sluoksnio plotas S , tai $K_2 - K_1 = \frac{1}{6}m(u_2 - u_1)n\bar{l}S$. Sluoksnių greičių gradientas

$$\frac{u_2 - u_1}{2\bar{l}} = \frac{du}{dz}; \quad (5)$$

todėl

$$K_2 - K_1 = \frac{1}{3}mn\bar{l}^2 \frac{du}{dz} S; \quad (6)$$

Įrašę (6) į (4) gausime

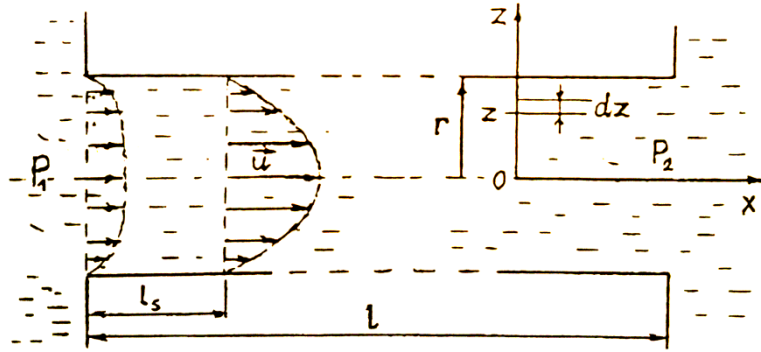
$$F = mn\bar{l}v \frac{du}{dz} S; \quad (7)$$

Matome, kad klampos koeficientas

$$\eta = \frac{1}{3}mn\bar{l}v; \quad (8)$$

Kadangi dujų tankis $\rho = mn$, tai

$$\eta = \frac{1}{3}\rho\bar{l}v; \quad (9)$$



2 pav. Puazeilio formulės išvedimo schema

Puazeilio formulė. Panagrinėkime dujų (skysčio) laminarųjį tekėjimą ilgu plonu vamzdžiu. Tarkime, kad jos įteka iš daug didesnio nei plonojo skersmens vamzdžio (2 pav.). Tekant pastoviu greičiu, galioja slėgio ir klampos jėgų pusiausvyros sąlyga. Jeigu vamzdžio galuose slėgių skirtumas $P_1 - P_2$, tai z spindulio dujų stulpelį veikia slėgio jėga:

$$F_p = \pi z^2 (p_1 - p_2); \quad (10)$$

Ją kompensuojanti klampos jėga:

$$F = -\eta \frac{du}{dz} 2\pi z l; \quad (11)$$

čia l – vamzdžio ilgis. Kadangi $\vec{F}_p = -\vec{F}$, tai

$$du = \frac{P_2 - P_1}{2\eta l} z dz; \quad (12)$$

Prie vamzdžio sienelių dalelių greitis sumažėja iki nulio. Kai $z=r$, tai $u=0$. Integruodami (12), atsižvelgę į šią kraštinę sąlygą, gausime, kad atstumu z nuo vamzdžio ašies greitis

$$u = \frac{P_1 - P_2}{4\eta l} (r^2 - z^2); \quad (13)$$

Ištekėjusių per laiką t dujų tūris:

$$V = \int_0^t dt \int_0^r 2\pi z u dz; \quad (14)$$

Suintegravę gausime

$$V = \frac{\pi r^4 (p_1 - p_2)}{8\eta l} t; \quad (15)$$

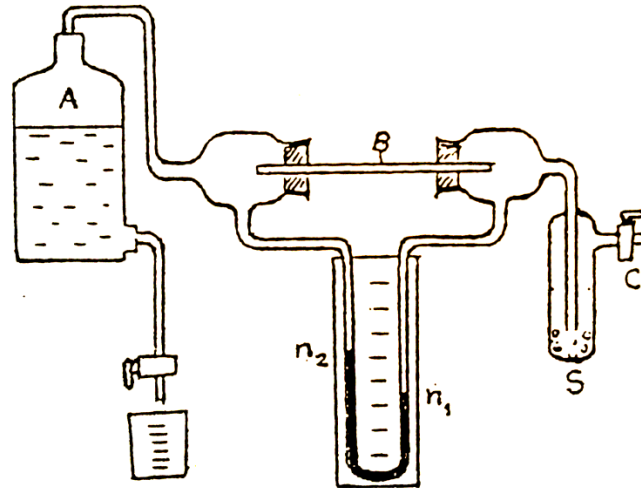
Tai Puazeilio formulė. Greičio pasiskirstymas, aprašomas parabole (13), susiformuoja tam tikru atstumu l_s nuo vamzdžio pradžios. Šis atstumas vadinamas hidrodinaminės stabilizacijos ilgiu. Puazeilio formulė pakankamai tiksli, jeigu galioja sąlyga $l \gg l_s$. Ji praktiškai atitinka sąlygą $l \gg 2r$.

Matavimo metodas. Klampos koeficiento matavimo aparatūros schema pavaizduota 3 pav. Ištekant vandeniui iš indo A, vamzdelio B galuose susidaro slėgių skirtumas, kurį matuojame U formos skysčio manometru. Oras įleidžiamas pro čiurpą C ir sausintuvą S.

Kiek vandens išteka iš indo A, tiek oro prateka vamzdeliu B. Slėgių skirtumas vamzdelio galuose turi būti pastovus:

$$p_1 - p_2 = \rho_s gh; \quad (16)$$

čia ρ_s - manometro skysčio tankis, o $h = n_2 - n_1$ - jo stulpelių aukščių skirtumas.



3 pav. Matavimo aparatūros schema

Išmatavę ištekęjusio vandens tūrį V ir jo tekėjimo laiką t , iš (15) ir (16) rasime klampos koeficientą:

$$\eta = \frac{\pi r^4 \rho_s g h t}{8 l V}; \quad (17)$$

Įvertindami atsitiktines paklaidas, matavimą kartojame, palaikydami praktiškai tą patį slėgių skirtumą. Vandens tūrį matuojame tik pakankamai nusistovėjus manometro aukščių skirtumui.

Pagal dujų būsenos lygtį jų tankis

$$\rho = \frac{Mp}{RT}; \quad (18)$$

Vidutinis šiluminio judėjimo greitis

$$v = \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}}; \quad (19)$$

Įrašę (18) ir (19) išraiškas į (9), rasime molekulės laisvąjį lėkį:

$$\bar{l} = \frac{3\eta}{p} \sqrt{\frac{\pi RT}{8M}}; \quad (20)$$

Molekulės efektinį skersmenį rasime panaudoję (1) formulę ir dujų būsenos lygtį $p=nkT$:

$$d = 2^{\frac{1}{4}} \sqrt{\frac{kT}{\pi \bar{l} p}}; \quad (21)$$

čia k – Bolcmano konstanta.

Įvertiname \bar{l} ir efektinio skersmens d santykį.

Darbo eiga.

1. Atsukite indo A apačioje esantį čiupą ir leiskite vandeniui tekėti į stiklinį indą tol, kol nusistovi manometro skysčio stulpelių aukščių skirtumas.
 2. Nusistovėjus manometro skysčio stulpelių aukščių skirtumui vandenį pilkite į sugraduotą stiklinę ir matuokite jo tekėjimo laiką. Išmatavę per laiką t ištekėjusio vandens tūrį V , pagal (17) formulę nustatykite oro klampos koeficientą. Matavimą pakartokite 3–5 kartus bei apskaičiuokite vidutinę oro klampos koeficiento vertę.
- Pastaba:** Eksperimentą patogiau atlikti naudojant po 50 ml sugraduotą stiklinę. Atsukite čiupą ir leiskite vandeniui tekėti pirmus 50 ml iki kol nusistovės manometro stulpelių aukščių skirtumas, o laikmačiu fiksuokite stiklinės pildymo nuo 50 ml iki 100 ml trukmę. Tokiu atveju visuose eksperimentuose ištekėjusio vandens tūris bus toks pats – 50 ml, o skirsis tik tekėjimo trukmė t .
3. Pagal (20) formulę apskaičiuokite molekulės laisvąjį lėkį, o pagal (21) formulę – jos efektyvų skersmenį. Įvertinkite šių dviejų dydžių santykį.
 4. Suformuluokite darbo išvadas.

Laboratorinio stendo fizikiniai parametrai:

23a darbas:

$$2 \cdot r_{\text{kap}} = (1,10 \pm 0,01) \cdot 10^{-3} \text{ m}; l_{\text{kap}} = (230 \pm 0,5) \cdot 10^{-3} \text{ m}; \rho_s = 0,89 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3;$$

23b darbas:

$$2 \cdot r_{\text{kap}} = (0,88 \pm 0,01) \cdot 10^{-3} \text{ m}; l_{\text{kap}} = (220 \pm 0,5) \cdot 10^{-3} \text{ m}; \rho_s = 1,24 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3;$$

Literatūra:

1. A. Medeišis „Mechanika, molekulinė fizika, elektra ir magnetizmas. Fizikos praktikumas.“, Vilnius, *Vilniaus universiteto leidykla*, 2000, 353 p.
2. J. Kaladė, V. Mickevičius, D. Grabauskas, „Termodinamika ir statistinė fizika“, Vilnius, *Mokslas*, 1982, 380 p.